

# Calcul de probabilités

Nationaux de 2010 à 2021- 2ème Bac sciences économiques et de gestion

Tous les résultats de ces exercices seront présentés sous forme de fraction irréductible

## Rattrapage 2019

Un sac  $S_1$  contient deux boules blanches, une boule rouge et trois boules vertes.

Un autre sac  $S_2$  contient une boule blanche, deux boules rouges et une boule verte.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante :

«On tire une boule du sac  $S_1$  puis on tire une boule du sac  $S_2$ »

On considère les événements suivants :

A : «Les deux boules tirées sont blanches»

B : «Les deux boules tirées sont de couleurs différentes»

1. Montrer que  $p(A) = \frac{1}{12}$
2. Montrer que  $p(\bar{B}) = \frac{7}{24}$  et en déduire  $p(B)$   
( $\bar{B}$  est l'événement contraire de B)
3. Calculer  $p(A \cup B)$

## Ordinaire 2019

Une urne contient trois boules rouges et cinq boules vertes.

Les boules sont indiscernables au toucher.

On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : «Les deux boules tirées sont rouges»

B : «La première boule tirée est rouge»

C : «La deuxième boule tirée est verte»

1. Montrer que  $p(A) = \frac{6}{56}$  et  $p(B) = \frac{21}{56}$
2. Calculer  $p(C)$
3. Calculer  $p(B \cap C)$
4. Les événements B et C sont-ils indépendants? Justifier la réponse.

## Rattrapage 2018

Un sac contient 6 indiscernables au toucher, portant respectivement les numéros : 1,2,3,4,5,6

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

1. On considère les événements suivants :  
A : «Les deux boules tirées portent chacune un numéro pair»  
B : «Les deux boules tirées portent chacune un numéro impair»  
C : «L'une des deux boules tirées porte le numéro 2»
  - 1.a. Montrer que  $p(A) = \frac{1}{5}$
  - 1.b. Calculer  $p(B)$
  - 1.c. Calculer  $p(C)$
2. Calculer la probabilité conditionnelle  $p_A(C)$
3. Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules tirées portant un numéro pair.

- 3.a. Copier et remplir le tableau ci-dessous.

$x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$			

- 3.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de X.

## Ordinaire 2018

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 3 boules blanches et 2 boules vertes.

On tire simultanément au hasard trois boules du sac.

On considère les événements suivants :

A : «Les trois boules tirées sont blanches»

B : «Les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux»

C : «Il n'y a aucune boule blanche parmi les boules tirées»

1. 1.a. Montrer que  $p(A) = \frac{1}{56}$ 
  - 1.b. Calculer  $p(B)$  et  $p(C)$
2. Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules blanches tirées.
  - 2.a. Recopier et remplir le tableau ci-contre en justifiant les réponses.

$x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$				

- 2.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de X.

## Rattrapage 2017

Un sac contient trois boules blanches portant les numéros 0,1,2 et deux boules noires portant les numéros 1 et 2, toutes indiscernables au toucher.

On tire successivement et sans remise deux boules du sac.

1. On considère les événements suivants :  
A : «Les deux boules tirées portent le numéro 1»  
B : «Tirer une boule blanche au premier tirage»
  - 1.a. Montrer que  $p(A) = \frac{1}{10}$
  - 1.b. Calculer la probabilité de l'événement B et montrer que  $p(A \cap B) = \frac{1}{20}$
  - 1.c. Les événements A et B sont-ils indépendants? justifier la réponse.
2. Soit X la variable aléatoire égale au produit des numéros portées par les deux boules tirées.
  - 2.a. Copier et remplir le tableau ci-dessous.

$x_i$	0	1	2	4
$p(X = x_i)$	$\frac{8}{20}$			
  - 2.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de X.

### Ordinaire 2017

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0,0,1,1,1,1,2,2,2

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

1. Montrer que le nombre de cas possibles est 36.
2. Soit  $X$  la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

2.a. Montrer que  $p(X = 2) = \frac{12}{36}$

- 2.b. Copier le tableau ci-dessous et le compléter en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$		

- 2.c. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de  $X$ .

### Rattrapage 2016

Un sac contient onze boules indiscernables au toucher, trois boules blanches, quatre boules vertes et quatre boules rouges.

On tire au hasard et simultanément trois boules du sac.

1. On considère les événements suivants :  
 A : « Les trois boules tirées sont de même couleur »  
 B : « Tirer exactement une boule de chaque couleur »  
 C : « Les trois boules tirées sont de deux couleurs différentes »  
 1.a. Montrer que la probabilité de l'événement A est  $p(A) = \frac{3}{55}$   
 1.b. Calculer la probabilité de l'événement B  
 1.c. En déduire que  $p(C) = \frac{36}{55}$
2. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombres de boules blanches tirées.  
 2.a. Compléter le remplissage du tableau ci-dessous, après l'avoir copié sur votre feuille, en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{84}{165}$		

- 2.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de  $X$ .

### Ordinaire 2016

Un sac contient sept boules indiscernables au toucher, deux boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes. On tire au hasard et simultanément deux boules du sac.

1. On considère les événements suivants :  
 A : « Les boules tirées sont de même couleur »  
 B : « Parmi les deux boules tirées il y a au moins une boule rouge »  
 1.a. Montrer la probabilité de l'événement A est  $p(A) = \frac{5}{21}$   
 1.b. Calculer la probabilité de l'événement B  
 1.c. Montrer que  $p(A \cap B) = \frac{1}{7}$   
 1.d. Les événements A et B sont-ils indépendants? justifier votre réponse.
2. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges tirées.  
 2.a. Remplir le tableau ci-dessous après l'avoir copié.

$x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$			

- 2.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de  $X$ .

### Rattrapage 2015

Un sac contient dix boules indiscernables au toucher : cinq boules blanches, trois boules rouges et trois boules vertes.

On tire au hasard et simultanément trois boules du sac.

1. Montrer que le nombre de tirage possibles est 120.
2. On considère les événements suivants :  
 A : « Les boules tirées sont de même couleur »  
 B : « Parmi les boules tirées il existe au moins deux boules rouges »  
 2.a. Montrer que  $p(A) = \frac{11}{120}$   
 2.b. Calculer la probabilité de l'événement B.
3. Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules vertes tirées.  
 Compléter le tableau ci-dessous, après l'avoir copié, en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$			

### Ordinaire 2015

Un sac contient huit boules indiscernables au toucher, trois boules vertes et cinq boules rouges.

On tire du sac au hasard et simultanément deux boules.

1. Montrer que le nombre de tirage possibles est 28.
2. On considère les événements suivants :  
 A : « les boules tirées sont de même couleur »  
 B : « Les boules tirées sont de couleurs différentes »  
 2.a. Montrer que  $p(A) = \frac{13}{28}$   
 2.b. Calculer la probabilité de l'événement B.
3. Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules vertes tirées.  
 3.a. Montrer que  $p(X = 0) = \frac{10}{28}$   
 3.b. Compléter le tableau ci-dessous, après l'avoir copié sur votre copie, en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$	$\frac{10}{28}$		

### Rattrapage 2014

Un sac contient huit boules indiscernables au toucher, trois boules rouges, trois boules vertes et deux boules blanches.

On tire simultanément et au hasard trois boules du sac.

- Montrer que le nombre de tirage possibles est 56.
- On considère les événements  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  suivants :  
 $A$  : « Parmi les boules tirées, il n'y a aucune boule blanche »  
 $B$  : « L'une des boules tirées est verte et les deux autres sont blanches »  
 $C$  : « L'une des boules tirées est verte et les deux autres sont rouges »  
 $D$  : « Les boules tirées sont de couleurs différents deux à deux »
  - Montrer que  $p(A) = \frac{5}{28}$
  - Calculer la probabilité de chacun des événements  $B$ ,  $C$  et  $D$ .
- Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules vertes tirées.
  - Montrer que  $p(X = 1) = \frac{15}{28}$
  - Copier le tableau de la loi de probabilité de  $X$  suivant sur votre copie, et le compléter en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$		

### Ordinaire 2014

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher, trois boules rouges et quatre boules vertes et deux boules blanches.

On tire au hasard deux boules successivement et sans remise.

- Montrer que le nombre de tirage possibles est 72.
- On considère les événements suivants :  
 $A$  : « Tirer une boule blanche à la première fois »  
 $B$  : « Tirer deux boules de même couleur »
  - Montrer que  $p(A) = \frac{2}{9}$
  - Calculer la probabilité de l'événement  $B$  puis en déduire que  $p(\bar{B}) = \frac{13}{18}$  ( $\bar{B}$  est l'événement contraire de  $B$ )
- Sachant que la première boule tirée est blanche, calculer la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.
- Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées.  
Copier le tableau de la loi de probabilité de  $X$  suivant sur votre copie, et le compléter en justifiant la réponse.

$x_i$	0	1	2
$p(X = x_i)$			

### Rattrapage 2013

Un sac contient sept boules : trois boules portant le numéro 5, deux boules portant le numéro 4 et deux boules portant le numéro 3, toutes indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard deux boules du sac.

On considère les événements  $A$  et  $B$  suivants :

- $A$  : « Les deux boules tirées portent chacune un numéro impair »  
 $B$  : « Les deux boules tirées portent deux numéros dont la somme est supérieure ou égale à 9 »

- Déterminer le nombre de tirages possibles.
  - Calculer  $p(A)$
- Montrer que  $p(B) = \frac{3}{7}$
- Sachant que l'événement  $B$  est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant chacune un numéro impair.
- Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants? justifier la réponse.

### Ordinaire 2013

Un sac contient dix (10) boules : quatre (4) boules rouges, trois (3) boules vertes et trois (3) boules blanches, toutes indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard quatre (4) boules du sac et on considère les événements suivants :

$A$  : « Les boules tirées sont de même couleur »

$B$  : « Obtenir une et une seule boule blanche »

$C$  : « Trois boules parmi les quatre tirées sont de même couleur et le quatrième d'une autre couleur »

- Vérifier que  $p(A) = \frac{1}{210}$
  - Calculer  $p(B)$
  - Montrer que  $p(C) = \frac{19}{105}$
- Sachant que l'événement  $C$  est réalisé, calculer la probabilité d'obtenir une et seule boule blanche.

### Rattrapage 2012

Un sac contient douze boules indiscernables au toucher, cinq boules rouges, quatre boules blanches et trois boules vertes

On tire au hasard trois boules du sac simultanément.

- On considère les événements suivants :  
 $A$  : « Les boules tirées sont toutes de même couleur »  
 $B$  : « Il existe une boule verte au moins dans le tirage »
  - Montrer que la probabilité de l'événement  $A$  est :  $p(A) = \frac{3}{44}$
  - Calculer  $p(\bar{B})$  (où  $\bar{B}$  est l'événement contraire de  $B$ ) et en déduire  $p(B)$
- Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe chaque tirage au nombre de boules vertes tirées.
  - Vérifier que les valeurs prises par  $X$  sont : 0, 1, 2 et 3
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

### Ordinaire 2012

Un sac contient huit boules indiscernables au toucher, trois boules blanches, quatre boules vertes et une boules rouge.

On tire au hasard trois boules du sac simultanément.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de couleurs des boules tirées.

- Vérifier que les valeurs prises par  $X$  sont : 1, 2 ou 3
- Montrer que  $p(X = 1) = \frac{5}{56}$
- Calculer  $p(X = 2)$  et  $p(X = 3)$
- Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

### Rattrapage 2011

Un sac  $U_1$  contient deux boules rouges et trois boules blanches, et un sac  $U_2$  contient trois boules rouges et deux boules blanches. On suppose que toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire une boule du sac  $U_1$  et une boule du sac  $U_2$ . Soit :  $A$  l'événement «Les deux boules tirées sont de même couleur»

$B$  l'événement «La boule tirée de  $U_1$  est rouge»

1. Calculer  $p(B)$  et montrer que  $p(A) = \frac{12}{25}$
2. Sachant que la boule tirée de  $U_1$  est rouge, quelle est la probabilité que les deux boules tirées soient de même couleur?

### Ordinaire 2011

Une urne contient sept boules indiscernables au toucher, quatre boules rouges et trois boules vertes.

On réalise l'expérience suivante :

On tire une boule  $b$  de l'urne et on note sa couleur.

- Si la boule  $b$  est rouge on la remet dans l'urne et on retire une autre boule.

- Si la boule  $b$  est verte on ne la remet pas dans l'urne et on retire une autre boule»

Soit  $A$  l'événement «Obtenir deux boules de la même couleur dans les deux tirages»

et  $B$  l'événement «Tirer une boule rouge dans la deuxième fois»

1. Montrer que  $p(A) = \frac{23}{49}$  et calculer  $p(B)$ .  
(On pourra s'aider d'un arbre de probabilités)
2. Les deux événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants? Justifier votre réponse.

### Rattrapage 2010

On a un dé de forme cubique non truqué dont les faces portent les numéros : 1, 1, 1, 2, 2 et 3 respectivement.

On jette le dé deux fois successives dans l'air et on marque dans chaque fois le numéro porté par la face de haut.

On considère les deux événements :

$A$  : «Avoir deux fois le numéro 3»

$B$  : «Avoir deux numéros dont le produit est plus petit ou égal à 6»

1. Montrer que la probabilité de l'événement  $A$  est :  $p(A) = \frac{1}{36}$
2. Montrer que l'événement  $B$  est l'événement contraire de  $A$  puis déduire  $p(B)$ .
3. Soit  $X$  la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois où apparaît le numéro 3.
  - 3.a. Déterminer les valeurs prises par  $X$ .
  - 3.b. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - 3.c. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de  $X$ .

### Ordinaire 2010

Un bureau d'études est constitué de 20 ingénieurs répartis selon le sexe et la spécialité comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

Spécialité	Hommes	Femmes
Informatique	5	3
Génie civile	8	4

On a choisit trois personnes de ce bureau simultanément et d'une façon aléatoire pour participer à une formation.

1. 1.a. Soit l'événement  $A$  : «Les personnes choisies sont toutes des femmes». Montrer que :  $p(A) = \frac{7}{228}$   
1.b. Sachant que les personnes choisies sont toutes des femmes, calculer la probabilité qu'elles soient de la même spécialité.
2. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de spécialités des personnes choisies.
  - 2.a. Montrer que :  $P(X = 1) = \frac{69}{285}$   
puis en déduire la loi de probabilité de  $X$ .
  - 2.b. Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de  $X$ .